

арттыру қажеттілігімен емес, оларсыз сала Қазақстан экономикасының дамуын тежейтін ауқымды инвестицияларға аса қажеттілікпен негізделген.

**Түйінді сөздер:** теміржол көлігі, экономикалық тиімділік, инвестициялық тартымдылық, жылжымалы құрам, жол техникасы, жол құрылысы, жөндеу технологиялары, жүк айналымы.

**NURALINA A.K.** – senior lecturer (Almaty, Kazakh university ways of communications)

**NURGAYEVA A.O.** – teacher (Almaty, Almaty transport college KazATC)

**KUSAINOVA B.A.** – teacher (Almaty, Almaty transport college KazATC)

**BAITULAKOVA A.N.** – teacher (Almaty, Almaty transport college KazATC)

## **PROBLEMS OF CARGO TRANSPORTATION BY RAIL TRANSPORT OF KAZAKHSTAN**

### **Abstract**

World experience and general trends in the development of railway transport show that in order to solve the problem of the economic efficiency of railway transportation, increase the competitiveness of the industry in relation to other modes of transport and, as a result, achieve the investment attractiveness of industry enterprises, it is necessary to separate the tasks of operating the railway network and the transportation of goods and passengers. At the same time, the need for structural reform of the railway industry in Kazakhstan is due not so much to the problems of imperfection of business processes and the need to reduce management costs, increase the competitiveness of rail transportation caused by the outflow of traditional customers, as it was in the last decades of the twentieth century. In Europe, there is an urgent need for large-scale investments, without which the industry becomes a brake on the development of the economy of Kazakhstan.

**Keywords:** railway transport, economic efficiency, investment attractiveness, rolling stock, track equipment, track construction, repair technologies, cargo turnover.

УДК 656.25

**УМБЕТОВ У.** – д.т.н., профессор (г. Туркестан, Международный казахско-турецкий университет им. Ходжи Ахмеда Ясави)

**ШИНЫКУЛОВА А.Б.** – докторант PhD (г. Алматы, Казахский университет путей сообщения)

## **МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕННОГО РАВНОВЕСНОГО УПРАВЛЕНИЯ В ИЕРАРХИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

### **Аннотация**

Рассматривается класс задач оптимального управления, характерных для крупномасштабных производственных процессов, в частности химических производств. Они представляют практический интерес для создания автоматизированных систем управления (АСУ) в химической и смежных отраслях промышленности. Предлагаемый декомпозиционный подход к их решению предполагает создание распределенных систем управления с многоуровневой иерархической структурой. Данный подход послужил

основой для разработки теории санкционирования иерархических систем управления.

В сущности, любая задача планирования может быть интерпретирована или как задача распределения совокупного производства между отдельными производителями, или как распределение производственных ресурсов среди потребителей. При этом задачи распределения ресурсов возникают на различных уровнях иерархии в системах управления и отличаются лишь размерностью и числом подсистем – потребителей.

**Ключевые слова:** автоматизированная система управления, Модель Гейла, модель Неймана, декомпозиционный подход, многоуровневая иерархическая структура.

### Введение.

Произведен научный анализ проблем в малоизученной сфере, какой является индустрия туризма. Рассматриваемые вопросы трактуются с позиций управления на основе современных методов математического моделирования и оптимизации процессов принятия решений. Используемые подходы ориентированы на построение автоматизированных систем управления, обеспечивающих эффективный и объективный анализ ситуаций, оперативную выработку обоснованных решений по управлению.

Учитывая общую модель иерархического управления [1], задачу распределения  $m$  видов ресурсов между  $n$  подсистемами можно сформулировать в виде:

**Локальная задача  $A_i(u_i)$**  для  $i$ -ой подсистемы  $i=1, \dots, n$  при  $u = \{p, s\}$  состоит в нахождении такого  $x_i^*$ , что

$$f(x_i^*) \max_{x_i} f_i(x_i) \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^m p_j \times x_{ij} \leq s_i \quad (2)$$

Здесь соотношение (1), так называемое бюджетное ограничение, где  $p_j, j=1, \dots, m$  – цены на  $j$ -й вид ресурса,  $s$  – средства, выделяемые  $i$ -ой подсистеме на приобретение всех видов ресурса. Ограничение (2) отражает технологические особенности использования ресурсов – технологическое ограничение.

### Глобальная задача.

$$F(x^*(U)) \rightarrow \max_U \sum_{i=1}^n A_i$$

где  $A = (a_1, a_2, \dots, a_m)$  – вектор ограниченных ресурсов.

В данном случае в качестве управляющих переменных  $u$  выступают векторы  $p = (p_1, \dots, p_1, \dots, p_m)$  и  $s = (s_1, \dots, s_1, \dots, s_n)$ . Задача КО состоит в нахождении такой совокупности векторов  $u = \{p, s\}$ , при которой  $x^* = \{x_i^*(u_i)\}$ , найденные из решения задач  $A_i(u_i)$ ,  $i=1, \dots, n$ , удовлетворяли условиям глобальной задачи.

### Методика исследований.

Остановимся более подробно на свойствах важных для дальнейшего изложения локальных целевых функций  $f_i(x_i)$ , которые определяют поведение подсистем – потребителей в процессе распределения ресурсов. Функция  $f_i(x_i)$  выражает частный случай отношения предпочтения  $i$ -го потребления на множестве возможных наборов ресурсов  $X$ . В общем случае отношение предпочтения записывается в виде  $x \succ y$  для  $x, y \in X$  и означает, что набор ресурсов  $x$  не менее предпочтителен набора  $y$ . Пару  $(x \succ y)$  обычно называют полем предпочтения.

Таким образом вещественную  $f(x)$ , определенную на множестве  $X$ , будем называть функцией предпочтения, если для любых  $x, y \in X$ ,  $f(x) \geq f(y)$  тогда и только тогда, когда  $x \succ y$ .

Мы предполагаем, что для каждой  $i$ -ой подсистемы существует функция предпочтения  $f_i(x_i)$ , которая дает нам числовое порядковой структуры поле предпочтения. Функция предпочтения  $f_i(x_i)$ , существование которой мы предположили, может быть принята в качестве локальной целевой функции  $i$ - подсистемы. Отметим, что  $f_i(x_i)$  может не иметь какой-либо четкой экономической интерпретации (прибыль, себестоимость), так как если задается  $\phi(t)$  – строго возрастающей вещественной функцией, определенной на множестве  $f(X)$  – области определения функции  $f(x)$ , то некоторая функция  $\phi(x) = \phi(f(x))$  тоже может служить функцией предпочтения, а, следовательно, и целевой функцией.

### Основные результаты исследований.

Сделаем также следующие предположения о локальных целевых функциях  $f_i(x_i), i=1, \dots, n$  и множество допустимых решений:

1. У каждой из подсистем существует лишь одна локальная целевая функция  $f_i(x_i), i=1, \dots, n$ , неизменная во времени.

2.  $f_i(x_i), i=1, \dots, n$  непрерывны и вогнуты в верх на  $R_+^m$ .

3. Если  $x \geq y, x, y \in X$ , то  $f_{i1}(x) \geq f_i(y), i=1, \dots, n$ .

4. Технологические множества  $Q_i, i=1, \dots, n$  являются замкнутыми выпуклыми множествами в  $R^m$ , содержащий нулевой элемент.

Введем также в рассмотрение функцию  $z(p, s)$ , характеризующую взаимосвязь управляющих переменных данной задачи  $u = \{p, s\}$  с множеством (если такое существует) наиболее предпочтительных элементов  $x_i^i \in Q_i, i=1, \dots, n$  удовлетворяющих бюджетному ограничению (3). Такую функцию называют функцией спроса  $z(p, s)$  и часто используют для описания свойств как отдельных подсистем, так и всей совокупности потребителей.

$$z(p, s) = \{x \div x_i^i = \text{Argmd} f_i(x_i(p, s)), \sum_{j=1}^m p_j x_j^i \leq s_i x_i^i \in Q, i=1, \dots, n\}$$

Для реальных задач  $z(p, s)$  чаще всего являются однозначной функцией от  $p$  и  $s$ .

Теперь перейдем к описанию и исследованию моделей распределения ресурсов, использующих принцип децентрализации.

### Модель. 1

Рассмотрим модель распределения ресурсов, для которой получим условие существования равновесия, покажем связь равновесия с оптимальностью.

Пусть  $y_i$  – вектор, характеризующий состояние  $i$ -ой подсистемы ( $i=1, 2, \dots, n$ ), в частности это может быть вектор выпуска продукции  $i$ -ой подсистемы. Обозначим  $f_i(y)$  функцию дохода  $i$ -подсистемы при производстве продукции в размере  $y_i$ .

Производительность  $i$ -подсистемы ограничена возможностями самой подсистемы (в общем виде это может быть записано так:  $y_i \in G_i$ ), а также количеством ресурсов, получаемых от координирующего органа.

Обозначим вектор – функцией  $h_i(y_i) = \{h_{i1}(y_i), h_{i2}(y_i), \dots, h_{im}(y_i)\}$  функцию потребления централизованных ресурсов. Функцию потребления предположим линейной:

$$h_{ij}(y_i) = \sum_{l=1}^{L_i} r_{ji}^l \times y_i^l, j=1,2,\dots,n.$$

где  $r_{ji}^l$  – количество ресурса  $j(j=1,2,\dots, m)$ , необходимое на производство единицы продукта  $l(l=1,2,\dots,L_i)$ ;

$L_i$  – размерность вектора выпуска продукции  $y_i$ ,  $i$ -ой подсистемы;

$y_i^l$  – количество продукта  $l$ , выпускаемое подсистемой.

Пусть координирующий орган отпускает подсистемами ресурсы по ценам, которых обозначим вектором  $p=(p_1, p_2, \dots, p_m)$ ,  $p_j \geq 0 \forall j$ . Тогда задача  $i$ -подсистемы или локальная задача, которую обозначим  $A_i$  может быть сформулирована следующим образом: найти такой допустимый план выпуска  $y_i$ , который максимизирует прибыль  $i$ -ой подсистемы. Формально это можно записать так:

$$f_i(y_i) - (p, h_i(y_i)) \rightarrow \max$$

где  $(p, h_i(y_i))$  – скалярное произведение векторов.

$$(p, h_i(y_i)) = \sum_{j=1}^m p_j \times h_{ij}(y_i)$$

Решив задачу  $A_i(p)$ ,  $i$ -ая подсистема определяет оптимальный для себя  $y_i$ , и сообщает в координирующий орган о потребности в централизованных ресурсах, которая определяется как

$$\bar{x}_i = h_i(\bar{y}_i)$$

где  $\bar{y}_i$  – решение задачи  $A_i(p)$ .

Очевидно, что  $\bar{x}_i$ , зависит от  $p$ . У координирующего органа имеется ограничение по ресурсам (4).

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq A$$

Как отмечено выше, задача координирующего органа состоит в такой корректировке плана, выработанного подсистемами при которой учитывались интересы системы в целом. В терминах модели 1 это означает следующее. При произвольном векторе цен  $p$ , планы, оптимальные для подсистемы  $\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_n$ , не могут быть реализованы из-за ограниченного качества ресурсов, имеющихся у координирующего органа. Другими

словами, при произвольном  $p$  значения  $\bar{x}_i$ , определенные при решении задач  $A_i(p)$  не будут удовлетворять ограничению. Задача координирующего органа состоит в назначении такого вектора цен, при котором планы, оптимальные для подсистем при заданных ценах, могли быть реализованы при выполнении ограничения.

Такая формулировка задачи для координирующего органа тесно связана с поиском равновесного состояния системы.

Равновесным состоянием в данной модели будем называть совокупность вектора цен  $p^*$ , планов выпуска продукции  $y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*$  и соответствующие им потребности в ресурсах  $x_i^* = h_i(y_i^*)$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ , которые определяются следующим образом  $y_i^*$  – решение задачи,  $A_i(p^*)$  и  $x_i^*$  удовлетворяют ограничению. Причем, если для некоторой  $j$ -ой компоненты ограничение выполняется как строгое неравенство, то соответствующая компонента равновесного вектора цен  $p_j^*$  равна нулю. Следовательно, под равновесным понимается такое распределение централизованных ресурсов, которое позволяет подсистемам при данных ценах реализовать оптимальный для себя план выпуска продукции, причем это распределение удовлетворяет глобальному ограничению.

### Равновесие и оптимальность модели 1.

Равновесное состояние системы в модели 1 непосредственно связано с планом производства продукции, максимизирующим суммарный доход системы. Действительно, пусть найдена совокупность векторов  $p^*, y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*$ , характеризующих равновесное состояние системы, тогда можно доказать, что равновесные планы производства продукции есть решение задачи  $A_0$ , определяемой как:

$$\Phi_1(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^n f_i(y_i) \rightarrow \max_y$$

$$y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in G_0 = \{y : \sum_{i=1}^n h_i(y_i) \leq A, y \in G = G_1 \times \dots \times G_n\}$$

Причем равновесный вектор цен  $p^*$  является множителем Лагранжа ограничения  $\sum_{i=1}^n h_i(y_i) \leq A$  задачи  $A_0$ .

В дальнейшем функцию  $\Phi(y_1, y_2, \dots, y_n)$ , максимум которой достигается в точке равновесия, будем называть равновесной целевой функцией (РЦФ).

**Доказательство.** Рассмотрим задачу  $A_i(p^*)$ . Так как  $y_i^*$  по определению равновесия есть решение этой задачи, то можем записать

$$f_i(y_i^*) - (p^*, h_i(y_i^*)) \geq f_i(y_i) - (p^*, h_i(y_i))$$

для любого типа  $y_i \in G_i$ .

Просуммировав эти неравенства по  $i$  и добавив в правую и левую части  $(p^*, A)$ , получим:

$$\sum_{i=1}^n f_i(y_i^i) - (p^*, \sum_{i=1}^n h_i(y_i^i) - A) \geq \sum_{i=1}^n f_i(y_i) - (p^*, \sum_{i=1}^n h_i(y_i) - A) \quad (3)$$

для любого типа  $y \in G$ .

Так как по определению равновесия  $y^*(y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*) \in G_0$ , то можно записать

$$\sum_{i=1}^n h_i(y_i^i) - A \leq 0$$

Умножив это неравенство на любой неотрицательный вектор  $p^i \geq 0$ , получим

$$(p, \sum_{i=1}^n h_i(y_i^i) - A) \leq 0$$

Вместе с тем по определению равновесия должно выполняться равенство

$$(p, \sum_{i=1}^n h_i(y_i^i) - A) = 0$$

(фактически это условие дополняющей не жесткости), тогда если к неравенству добавить одну часть, то его можно записать в виде

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n f_i(y_i^i) - (p, \sum_{i=1}^n h_i(y_i^i) - A) &\geq \sum_{i=1}^n f_i(y_i^i) - (p^*, \sum_{i=1}^n h_i(y_i^i) - A) \geq \\ &\geq \sum_{i=1}^n f_i(y_i) - (p^*, \sum_{i=1}^n h_i(y_i) - A) \end{aligned} \quad (4)$$

для любого  $y \in G_0$ .

Неравенство (4) показывает, что совокупность векторов  $\{p^*, y^*\}$  образует седловую точку функции Лагранжа задачи  $A_0$ , что в свою очередь является достаточным условием [2] того, что  $y^*$  есть решение задачи  $A_0$ .

Показанная связь между равновесием и оптимальностью позволяет сделать следующие выводы. Если задача координирующего органа состоит в определении плана выпуска продукции, максимизирующего суммарный доход системы, то координирующий орган может сделать это децентрализованно. При этом оптимальные планы определяются подсистемами, а координирующий орган управляет ими путем изменения цен на централизованные ресурсы или непосредственно распределением централизованных ресурсов.

**Модель Гейла. Модель Неймана.** Производственные возможности каждого экономического объекта должны моделироваться своим технологическим множеством. Имеются основания считать, что во многих интересных с макроэкономической точки зрения ситуациях выполняются приводимые ниже условия а) - д).

Введем для технологического множества обозначение  $Z$ . По определению технологического множества запись  $(u, v) \in Z$  эквивалентна утверждению о возможности осуществления процесса  $(u, v)$ :

- а) если  $(0, v) \in Z$ , то  $v=0$ ;
- б) если  $(u^1, v^1) \in Z$ ,  $(u^2, v^2) \in Z$  и  $(u, v) = (u^1+u^2, v^1+v^2)$ , то  $(u, v) \in Z$ ;
- в) если  $(u, v) \in Z$  и число  $\lambda$  удовлетворяет неравенству  $0 \leq \lambda \leq 1$ , то  $(\lambda u, \lambda v) \in Z$ ;
- г) для любого  $i = 1, \dots, n$  существует процесс  $(u^i, v^i) \in Z$ , такой, что  $v_i^i > 0$  ( $v_i^i$  –  $i$ -я компонента вектора выпусков  $v^i$ );
- д)  $Z$  является замкнутым множеством.

Свойство а) означает, что невозможно получить что-либо, ничего при этом не затратив.

Свойство б) следует рассматривать как свойство, уточняющее понятие возможного технологического процесса. Если допустимы технологии  $(u^1, v^1)$  и  $(u^2, v^2)$ , то, очевидно, принципиально известно, как, затратив набор продуктов  $(u^1+u^2)$ , получить набор  $(v^1+v^2)$ . Для этого достаточно использовать оба процесса одновременно. По-видимому, технологическое множество, обладающее свойством б), является скорее моделью достигнутого уровня технических знаний (возможностей техники), чем моделью реальных производственных возможностей. В частности, не учитываются ограничения на производственные мощности и объемы невоспроизводимых ресурсов. Благодаря свойству б), множество  $Z$  вообще не является ограниченным: наряду со способом  $(u, v) \in Z$  оно содержит и все способы вида  $(ku, kv)$ , где  $k=1, 2, \dots$ . Ограничения на мощности, ресурсы и т.д., вообще говоря, необходимо учитывать специальным образом. В большинстве случаев этого можно добиться соответствующим расширением номенклатуры продуктов и формальным изменением структуры технологических способов, не вводя дополнительных ограничений.

Свойство в) является наиболее проблематичным. Оно означает «бесконечную делимость» технологических способов. Для технологических способов производства однородных продуктов (зерно, химические продукты и т.п.) предположение о бесконечной делимости может оказаться адекватным. Менее приемлемым оно выглядит, скажем, в судостроении. Чем крупнее объект моделирования и чем более агрегированным является продукт, особенно если агрегаты имеют стоимостное выражение, тем больше оснований считать свойство в) хорошим приближением к действительности.

Свойство г) означает, что каждый продукт может быть произведен, т.е. невоспроизводимые ресурсы даже в широком смысле продуктами не являются.

Свойство д) совершенно не меняет существа результатов, но зато несколько упрощает формальные рассуждения. Если бы множество  $Z$  не обладало этим свойством, то некоторые утверждения стали бы более громоздкими. Пришлось бы говорить не о точках, а о последовательностях с теми или иными свойствами.

Технологическое множество  $Z$ , обладающее указанными свойствами, в экономико-математической литературе носит название *технологического множества Гейла*, или *модели Гейла*. Формально свойства б) и в) эквивалентны утверждению, что *технологическое множество  $Z$  является выпуклым конусом с вершиной в нуле*<sup>12</sup>. В этом смысле говорят о линейности модели Гейла.

Из свойства б) и г) следует свойство Гейла: найдется процесс  $(u^0, v^0) \in Z$ , такой, что  $v^0 > 0$ , т.е. среди возможных имеется технологический способ, позволяющий производить все продукты.

Модель Гейла является одной из самых общих линейных производственно-экономических моделей.

Рассмотрим важный частный случай модели Гейла – модель Неймана.

Пусть  $Z$  – модель Гейла. Тогда если технологический процесс  $(u, v)$  является возможным, т.е. принадлежит множеству  $Z$ , и число  $\lambda > 0$ , то технологический процесс  $(u^1, v^1) = \lambda (u, v) = (\lambda u, \lambda v)$  также принадлежит множеству  $Z$ .

Процессы  $(u, v)$  и  $(u^1, v^1)$  «почти» одинаковы. Во всяком случае, они имеют одинаковые пропорции затрат и результатов. Терминологически эти процессы тоже «почти» не различаются: говорят, что процесс  $(u^1, v^1)$  является процессом  $(u, v)$ , функционирующим с интенсивностью  $\lambda$ . Технологические процессы  $(u, v)$  и  $(u^1, v^1)$  в дальнейшем будем называть *различными* только в том случае, если не существует числа  $\lambda > 0$ , для которого  $(u^1, v^1) = (\lambda u, \lambda v)$ . Процесс  $(u, v)$  будем называть *составным*, если существуют процессы  $(u^1, v^1), (u^2, v^2) \in Z$ , такие, что  $(u, v) = (u^1, v^1) + (u^2, v^2)$ , при этом процессы  $(u^1, v^1)$  и  $(u^2, v^2)$  *различны*.

Процесс, не являющийся составным, называется *базисным*. Очевидно, что если базисный процесс  $(u, v)$  представлен в виде суммы каких-то процессов, то эти процессы сами являются базисными, более того, каждое из слагаемых отличается от процесса  $(u, v)$  только интенсивностью использования.

Луч, проходящий из нуля в направлении базисного процесса, называется *базисным лучом*.

Моделью Неймана называется модель Гейла, число различных базисных лучей которой конечно. В этом случае конус модели является многогранным, причем базисные лучи служат его образующими (одномерными ребрами).

Пусть  $m$  – число различных базисных лучей модели Неймана.

Обозначим соответствующие им процессы через  $(a^j, b^j)$ ,  $j=1, \dots, m$ :

$$(a^j, b^j) = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{nj}, b_{1j}, b_{2j}, \dots, b_{nj}).$$

Все остальные технологические процессы могут быть представлены в виде неотрицательных линейных комбинаций выделенных процессов, т.е. технологический конус  $Z$  модели Неймана имеет вид

$$Z = \left\{ (u, v) : (u, v) = \sum_{j=1}^m x_j (a^j, b^j), x_j \geq 0, j=1, \dots, m \right\}.$$

Если через  $A$  обозначить матрицу, составленную из коэффициентов  $a_{ij}$ :  $A = (a_{ij})_{m \times n}$ , и через  $B$  – матрицу из коэффициентов  $b_{ij}$ :  $B = (b_{ij})_{m \times n}$ , то множество  $Z$  можно записать как

$$Z = \{ (u, v), u = Ax, v = Bx, x \geq 0 \}.$$

Матрица  $A$  называется матрицей затрат, матрица  $B$  – матрицей выпуска.

На практике работа с моделью Неймана сводится к выделению конечного числа реально существующих технологических процессов и изучению их конической оболочки. Некоторые из выделенных процессов могут оказаться небазисными, что не изменяет существа дела. При этом свойство а) выполняется для всех имеющих практическое значение случаев; свойства б), в) и д) получаем по построению, а выполнения свойства г) можно добиться, правильно выбрав описание технологических способов.

Частным случаем модели Неймана является модель межотраслевого баланса (модель Леонтьева).

Модель межотраслевого баланса, как нетрудно видеть, это модель Неймана, у которой число базисных способов равно числу продуктов ( $m=n$ ), а сами базисные способы имеют вид



$$(a^j, b^j) = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{nj}, \underbrace{0, \dots, 0, 1}_j, 0, \dots, 0) \quad j=1, \dots, n$$

или, что-то же самое, матрицы  $A$  и  $B$  являются квадратными, причем матрица  $B$  совпадает с единичной матрицей:  $B=E$ . Конус модели МОБ задается как:

$$Z = \{(u, v); u = Ax, v = Ex, x \geq 0\}.$$

Рассмотренная модель Гейла позволяет исследовать проблему темпов роста, являющейся обобщением проблемы продуктивности.

### Литература

1. Артамонов А.Г., Володин В.М., Авдеев В.Г. Математическое моделирование и оптимизация плазмохимических процессов. – М.: Химия, 1989. – 224 с.
2. Умбетов У.У. Исследование равновесных моделей иерархического управления при распределении ресурсов. – Шымкент, 2001. – 354 с.
3. Котов И.В. Моделирование народнохозяйственных процессов. – Ленинград, 1990.
4. Аганбегян А.Г., Гранберг А.Г. Экономико-математический анализ межотраслевого баланса СССР. – М., 1968.
5. Косеев В.В. Межотраслевые модели. Моделирование народнохозяйственных процессов./ Под ред. В.С. Даяна. – М., 1973.
6. Никайдо Х. Выпуклые структуры и математическая экономика. – М., 1972.
7. Столерю Л. Равновесие и экономический рост. – М., 1974.
8. Умбетов У., Шиникулова А.Б., Морокина Г.С. Алгоритм решения при ограниченных необходимых ресурсах для иерархического управления в туризме. // Научный вестник КазАТУ им. С.Сейфуллина. – 2021. – № 1(108). – С. 193-204.
9. Умбетов У., Шиникулова А.Б. Математическая задача планирования деятельности предприятий индустрии туризма. // Материалы XV Международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы современных наук – 2019», Польша. – №11. – С. 48-54.

### References

1. Artamonov A.G., Volodin V.M., Avdeev V.G. Mathematical modeling and optimization of plasma chemical processes. – M.: Chemistry, 1989. – 224 p.
2. Umbetov U.U. Study of equilibrium models of hierarchical management in resource allocation. – Shymkent, 2001. – 354 p.
3. Kotov I.V. Modeling of national economic processes. – Leningrad, 1990.
4. Aganbegyan A.G., Granberg A.G. Economic and mathematical analysis of the intersectoral balance of the USSR. – M., 1968.
5. Koseev V.V. Intersectoral models. Modeling of national economic processes. / Edited by V.S. Dayan. – M., 1973.
6. Nikaido H. Convex structures and Mathematical Economics. – M., 1972.
7. Stoleryu L. Equilibrium and economic growth. – M., 1974.
8. Umbetov U., Shinikulova A.B., Morokina G.S. Solution algorithm with limited necessary resources for hierarchical management in tourism. // Scientific Bulletin of KazATU named after S.Seifullin. – 2021. – № 1(108). – pp. 193-204.
9. Umbetov U., Shinikulova A.B. Mathematical problem of planning the activities of tourism industry enterprises. // Proceedings of the XV International Scientific and Practical Conference "Actual problems of modern sciences – 2019", Poland. – No. 11. – pp. 48-54.

**ҮМБЕТОВ У. – т.ғ.д., профессор (Түркістан қ., Қожа Ахмет Ясауи ат. Халықаралық қазақ-түрік университеті)**

**ШИНЬКУЛОВА А.Б. – PhD докторанты (Алматы қ., Қазақ қатынас жолдары университеті)**

## **ИЕРАРХИЯЛЫҚ ЖҮЙЕЛЕРДЕГІ БӨЛІНГЕН ТЕПЕ-ТЕҢДІКТІ БАСҚАРУ ҮЛГІЛЕРІ**

### ***Аңдатпа***

Ауқымды өндірістік процестерге, атап айтқанда, химиялық өндіріске тән оңтайлы басқару есептерінің класы қарастырылады. Олар химия және онымен байланысты салаларда автоматтандырылған басқару жүйелерін (АБЖ) құру үшін практикалық қызығушылық тудырады. Оларды шешуге ұсынылған декомпозициялық тәсіл көп деңгейлі иерархиялық құрылымы бар бөлінген басқару жүйелерін құруды қамтиды. Бұл тәсіл басқарудың иерархиялық жүйелерін авторизациялау теориясының дамуына негіз болды.

Негізінде кез келген жоспарлау мәселесін не жалпы өнімді жеке өндірушілер арасында бөлу мәселесі ретінде, не өндірістік ресурстарды тұтынушылар арасында бөлу ретінде түсіндіруге болады. Бұл жағдайда ресурстарды бөлу мәселелері басқару жүйелеріндегі иерархияның әртүрлі деңгейлерінде туындайды және ішкі жүйелердің – тұтынушылардың өлшемі мен саны бойынша ғана ерекшеленеді.

**Түйін сөздер:** автоматтандырылған басқару жүйесі, Гейл моделі, Нейман моделі, декомпозициялық тәсіл, көп деңгейлі иерархиялық құрылым.

**UMBETOV U. – d.t.s., professor (Turkestan, International Kazakh-Turkish university named after Khoja Ahmed Yasawi)**

**SHYNYKULOVA A.B. – PhD student (Almaty, Kazakh university ways of communications)**

## **MODELS OF DISTRIBUTED EQUILIBRIUM CONTROLS IN HIERARCHICAL SYSTEMS**

### ***Abstract***

A class of optimal control problems typical for large-scale production processes, in particular, chemical production, is considered. They are of practical interest for the creation of automated control systems (ACS) in the chemical and related industries. The proposed decomposition approach to their solution involves the creation of distributed control systems with a multilevel hierarchical structure. This approach served as the basis for the development of the theory of authorization of hierarchical control systems.

In essence, any planning problem can be interpreted either as the problem of distributing total production among individual producers, or as distributing production resources among consumers. In this case, the problems of resource allocation arise at various levels of the hierarchy in control systems and differ only in the dimension and the number of subsystems - consumers.

**Keywords:** automated control system, Gale model, Neumann model, decomposition approach, multilevel hierarchical structure.