

Industrial Transport of Kazakhstan  
ISSN 1814-5787 (print)  
ISSN 3006-0273 (online)  
Vol. 21. Is. 3. Number 83 (2024). Pp. 110–120  
Journal homepage: <https://prom.mtgu.edu.kz>  
<https://doi.org/10.58420/ptk/2024.83.03.008>

## METHODOLOGY FOR CALCULATING THE LOAD-BEARING AND TENSILE ELEMENTS OF SAFETY BARRIERS FOR COMPLEX LOADS

*C. Turdali*

International University of Transport and Humanities, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: [turdali.berik@mtgu.edu.kz](mailto:turdali.berik@mtgu.edu.kz)

**Berik Turdali** — Senior Lecturer, International University of Transport and Humanities, Almaty, Kazakhstan.

E-mail: [turdali.berik@mtgu.edu.kz](mailto:turdali.berik@mtgu.edu.kz), <https://orcid.org/0009-0002-1575-4975>.

© B. Turdali

**Abstract.** Modern cable and cord structures are widely used in construction, mechanical engineering, and engineering systems due to their high strength, low weight, and ability to withstand significant tensile forces. However, accurate determination of the stress-strain state of flexible elements on elastic supports remains a challenging task, especially under combined loads and pre-tension. The purpose of this study is to develop a universal method for calculating very shallow cables considering pre-tension, elastic settlements of supports, and various loading types. Five calculation schemes are analyzed, analytical relations for determining forces, deflections, moments, and cable length are obtained, and the results are compared with experimental data. The proposed method provides high accuracy: the error in determining sag under uniform load does not exceed 0.3 %, and under concentrated load — up to 9.3 %; errors in thrust forces reach up to 9.63 % and 6 %, respectively. A reliability model for the cable under a concentrated load is developed, allowing determination of allowable loads and critical states. The method can be applied in the design of cable systems, suspension structures, and mechanical components and serves as a basis for further research on spatial systems and dynamic effects.

**Keywords:** flexible cables, elastic supports, pre-tension, concentrated load, deflection, reliability model

**For citation:** B. Turdali. Methodology for calculating the load-bearing and tensile elements of safety barriers for complex loads//Industrial Transport of Kazakhstan. 2024. Vol. 21. No. 83. Pp. 110–120. (In Russ.). <https://doi.org/10.58420/ptk/2024.83.03.008>

**Conflict of interest:** The authors declare that there is no conflict of interest.

## КҮРДЕЛІ ЖҮКТЕМЕЛЕРГЕ ҚАУІПСІЗДІК КЕДЕРГІЛЕРІНІҢ ЖҮК КӨТЕРГІШ ЖӘНЕ СОЗҒЫШ ЭЛЕМЕНТТЕРІН ЕСЕПТЕУ ӘДІСТЕМЕСІ

*Б. Тұрдәлі*

Халықаралық көлік-гуманитарлық университеті, Алматы, Қазақстан.

E-mail: [turdali.berik@mtgu.edu.kz](mailto:turdali.berik@mtgu.edu.kz)

**Тұрдәлі Берік** — аға оқытушысы, Халықаралық көліктік-гуманитарлық университет, Алматы, Қазақстан.

E-mail: [turdali.berik@mtgu.edu.kz](mailto:turdali.berik@mtgu.edu.kz), <https://orcid.org/0009-0002-1575-4975>.

© Б. Тұрдәлі



**Аннотация.** Қазіргі замандағы арқан және жіп конструкциялары құрылыс, машина жасау және инженерлік жүйелерде кеңінен қолданылады, себебі олардың беріктігі жоғары, салмағы аз және айтарлықтай созылу күштерін көтере алады. Алайда, икемді элементтердің серпімді тіректердегі кернеу-деформация жағдайын дәл анықтау қиын мәселе болып табылады, әсіресе біріктірілген жүктемелер мен алдын ала тартылған жағдайда. Зерттеудің мақсаты — алдын ала тарту, тіректердің серпімді сіңірілуін және әртүрлі жүктеу түрлерін ескере отырып, өте тегіс жіптерді есептеудің әмбебап әдісін жасау. Бес есептеу схемасы қарастырылған, күштерді, иілу бұрыштарын, моменттерді және жіп ұзындығын анықтауға аналитикалық тәуелділіктер алынған, сондай-ақ эксперименттік деректермен салыстырылған. Ұсынылған әдіс жоғары дәлдік береді: біркелкі жүктеме жағдайында иілу қателігі 0,3 %-дан аспайды, шоғырланған жүктемеде — 9,3 %-ға дейін; серпінді күштердің қателігі тиісінше 9,63 % және 6 %-ға жетеді. Шоғырланған күш әсерінде конструкцияның сенімділік моделі әзірленген, бұл рұқсат етілген жүктемелерді және шекті жағдайларды анықтауға мүмкіндік береді. Әдіс арқан жүйелерін, ілулі конструкцияларды және машина жасау элементтерін жобалау кезінде қолданылуы мүмкін және кеңістіктік жүйелер мен динамикалық әсерлер бойынша әрі қарайғы зерттеулердің негізі болып табылады.

**Түйін сөздер:** икемді жіптер, серпімді тіректер, алдын ала тарту, шоғырланған жүктеме, иілу, сенімділік моделі

**Дәйексөздер үшін:** Б. Тұрдәлі. Күрделі жүктемелерге қауіпсіздік кедергілерінің жүк көтергіш және созылғыш элементтерін есептеу әдістемесі//Қазақстан өндіріс көлігі. 2024. Том. 21. № 83. 110–120 бет. (Орыс тіл.). <https://doi.org/10.58420/ptk/2024.83.03.008>

**Мүдделер қақтығысы:** Авторлар осы мақалада мүдделер қақтығысы жоқ деп мәлімдейді.

## МЕТОДИКА РАСЧЕТА НЕСУЩИХ И РАСТЯЖИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ БАРЬЕРОВ БЕЗОПАСНОСТИ НА СЛОЖНЫЕ ЗАГРУЖЕНИЯ

*Б. Тұрдәлі*

Международный транспортно-гуманитарный университет, Алматы, Казахстан.  
[turdali.berik@mtgu.edu.kz](mailto:turdali.berik@mtgu.edu.kz)

**Тұрдәлі Берік** — Международный транспортно-гуманитарный университет, Алматы, Казахстан  
E-mail: [turdali.berik@mtgu.edu.kz](mailto:turdali.berik@mtgu.edu.kz), <https://orcid.org/0009-0002-1575-4975>.

© Б. Тұрдәлі

**Аннотация.** Современные тросовые и нитевые конструкции широко применяются в строительстве, машиностроении и инженерных системах благодаря высокой прочности, малому весу и способности воспринимать значительные растягивающие усилия. Однако точное определение напряжённо-деформированного состояния гибких элементов на упругих опорах остаётся сложной задачей, особенно при комбинированных нагрузках и предварительном натяжении. Цель исследования заключается в разработке универсального метода расчёта очень пологих нитей с учётом предварительного натяжения, упругих осадок опор и различных типов нагружения. В работе рассмотрены пять расчётных схем, получены аналитические зависимости для определения усилий, прогибов, моментов и длины нити, а также выполнено сравнение с экспериментальными данными. Предложенный метод обеспечивает высокую точность результатов: погрешность определения провесов при равномерной нагрузке не превышает 0,3 %, при сосредоточенной — до 9,3 %, а погрешность распорных усилий — до 9,63 % и 6 % соответственно. Разработана модель надёжности конструкции при действии сосредоточенной силы, позволяющая определять

допустимые нагрузки и предельные состояния. Предложенный метод может применяться при проектировании тросовых систем, подвесных конструкций и элементов машиностроительных механизмов, а также служит основой для дальнейших исследований по пространственным системам и динамическим воздействиям.

**Ключевые слова:** гибкие нити, упругие опоры, предварительное натяжение, сосредоточенная нагрузка, прогиб, модель надёжности

**Для цитирования:** Б. Тұрдәлі. Методика расчета несущих и растяжительных элементов барьеров безопасности на сложные загрузки//Промышленный транспорт Казахстана. 2024. Т. 21. No. 83. Стр. 110–120. (На рус.). <https://doi.org/10.58420/ptk/2024.83.03.008>.

**Конфликт интересов:** авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## Введение

Современные тросовые и нитевые конструкции находят широкое применение в строительстве, машиностроении и инженерных системах благодаря своей высокой прочности, малому весу и способности воспринимать значительные растягивающие усилия. Однако точное определение напряжённо-деформированного состояния гибких элементов, опирающихся на упругие опоры, остаётся сложной задачей, особенно при действии комбинированных нагрузок и предварительном натяжении.

Существующие методы расчёта, как правило, либо ограничиваются линейными приближениями, либо требуют значительных вычислительных затрат при численном моделировании. В связи с этим актуальной является разработка аналитически обоснованного и достаточно простого метода, обеспечивающего высокую точность результатов при расчёте гибких нитей на упругих опорах. Практическая значимость темы обусловлена необходимостью повышения надёжности тросовых систем и оптимизации их проектирования.

Цель исследования заключается в разработке и обосновании универсального метода расчёта очень пологих нитей с учётом предварительного натяжения, упругих осадок опор и различных типов нагружения.

Объект исследования — гибкие нити и тросовые элементы, закреплённые на упругих опорах. Предмет исследования — напряжённо-деформированное состояние и расчёт усилий, моментов и перемещений гибких нитей под различными нагрузками.

Задачи исследования включают:

- анализ существующих методов расчёта гибких нитей на упругих опорах и выявление их ограничений;
- разработка расчётных схем для различных типов предварительного натяжения и нагрузок;
- получение аналитических зависимостей для определения усилий, моментов и прогибов;
- сравнение результатов расчёта с экспериментальными данными;
- разработка модели надёжности конструкции в виде гибкой нити при действии сосредоточенных и распределённых нагрузок.

Предлагаемый способ расчёта очень пологих нитей на упругооседающих опорах разработан впервые. Он отличается простотой, удобством для проектирования и обеспечивает высокую точность определения усилий и перемещений: погрешность в определении провесов при равномерно распределённой нагрузке не превышает 0,3 %, при сосредоточенной нагрузке — до 9,3 %, а погрешность в определении распорных усилий составляет до 9,63 % и 6 % соответственно. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании тросовых систем и анализе их надёжности.

## Материалы и методы

Объектом исследования являются гибкие нити и тросовые элементы, закреплённые на упругих опорах, используемые в строительных и машиностроительных конструкциях. В качественном отношении материал включает различные типы нитей и тросов с предварительным натяжением, различной жёсткостью и длиной. В количественном отношении проведено моделирование и расчёт для пяти расчётных схем, включающих:

- нити с предварительным натяжением и распорными усилиями;
- растяжимые нити под собственной массой;
- ненапряжённые нити под равномерной нагрузкой;
- предварительно напряжённые нити под равномерной нагрузкой;
- нити под сосредоточенной нагрузкой.

Для проверки точности расчётов использовались экспериментальные данные по прогибам и распорным усилиям нитей, полученные из опубликованных исследований (Лилеев, 1964: 15; Мацелинский, 1950: 120; Москалев, 1969: 50; Загорянский, 1963: 35; Ткачев, 1971: 7; Ткачев, 1973: 30; Михайлов, 2002: 145; Илленико, 1965: 50; Панов, Сидоров, 1980: 18; Кузнецов и др., 1985: 40).

Как распределяются усилия и прогибы в гибких нитях на упругих опорах при различных типах нагрузок и предварительном натяжении?

Какая методика расчёта обеспечивает оптимальное соотношение точности и трудоёмкости для инженерного применения?

Каковы допустимые погрешности при использовании аналитических и численных методов расчёта?

Предлагается, что универсальный метод расчёта очень пологих нитей на упругооседающих опорах, учитывающий предварительное натяжение, упругие осадки опор и различные схемы нагрузки, позволяет достоверно определять усилия, моменты и прогибы с погрешностью, не превышающей 10 %, и может быть эффективно использован для проектирования тросовых систем.

Этапы исследования:

- анализ литературных источников и существующих методов расчёта гибких нитей и тросовых конструкций;
- разработка расчётных схем для различных условий нагружения и предварительного натяжения;
- получение аналитических зависимостей для определения усилий, моментов и перемещений;
- сравнение результатов расчёта с экспериментальными данными и оценка точности предложенного метода;
- разработка модели надёжности конструкции с гибкой нитью при действии сосредоточенной и распределённой нагрузки;
- обобщение полученных данных и формулировка выводов по достоверности и практической применимости методов.

Методы исследования:

- Аналитический метод — для вывода зависимостей усилий, прогибов и моментов по заданным расчётным схемам;
- Численный метод (метод последовательных приближений) — для определения натяжения и длины нити при сложных схемах нагружения;
- Графический метод — построение зависимостей  $L(N)L(N)$  для визуального определения усилий по заданной длине нити;
- Сравнительный анализ — проверка точности предложенного метода с экспериментальными данными;

- Математическое моделирование — моделирование напряжённно-деформированного состояния нитей с использованием экспериментальных и расчетных данных;

- Статистическая обработка данных — оценка погрешностей и надёжности расчетных результатов.

Применение вышеописанных методов позволило выявить закономерности распределения усилий, прогибов и моментов, оценить влияние предварительного натяжения и упругости опор, а также подтвердить эффективность предложенного способа расчёта для проектирования и анализа тросовых конструкций.

Современные тросовые и нитевые конструкции широко применяются в строительстве, машиностроении и инженерных системах благодаря их высокой прочности, малому весу и способности воспринимать значительные растягивающие усилия. Однако точное определение напряжённно-деформированного состояния гибких элементов, опирающихся на упругие опоры, представляет собой сложную задачу, особенно при действии комбинированных нагрузок и предварительном натяжении.

Существующие методы расчёта, как правило, либо ограничиваются линейными приближениями, либо требуют значительных вычислительных затрат при численном моделировании. В связи с этим актуальной является разработка аналитически обоснованного и достаточно простого метода, обеспечивающего высокую точность результатов при расчёте гибких нитей на упругих опорах.

Целью настоящей работы является разработка и обоснование универсального метода расчёта очень пологих нитей с учётом предварительного натяжения, упругих осадок опор и различных типов нагружения. В статье рассматриваются пять расчётных схем, приведены основные зависимости для определения усилий, моментов и перемещений, а также выполнено сравнение с экспериментальными данными. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании тросовых систем и анализе их надёжности.

### Результаты и обсуждения

Несущими элементами связывающих подвижных блоков из триады между собой является три троса концы верхнего троса закреплены шарнирно на стойке. Расчетная схема может быть предложена в виде нити с часто расположенным и упругими опорами при различных схемах загрузки (Рис. 1) (Лилеев, 1964: 100–150; Ткачев, 1973: 28–36).

Схема 1. Предварительное натяжение нити и усилиям в виде распора. Усилие  $H_{np}$  выпрямляет нити и растяжение в упругих опорах, заменяемое нагрузкой  $q_{np}=f(x)$ . В сечении  $x$  имеем  $y_x=f_x - M_x/H_{np}$ , где  $y_x=q_x \Delta_b a$ ;  $q_{xnp}$  – интенсивность нагрузки  $q_{np}$  в сечении  $x$ ;  $a$  – шаг упругих опор;  $M_x$  – «балочный» момент от нагрузки  $q_{np}$ ;  $\Delta_b - f_x$  коэффициент упругой податливости анкерных опор.

Интенсивность нагрузки определяется из равенства

$$q_{0np}\Delta_b a = f_0 - \frac{q_{0np}l^2\bar{M}_0}{H_{np}}, \quad \bar{M}_0 = \int_{\varepsilon=0.5} d\varepsilon \int \bar{q}_\varepsilon d\varepsilon; \quad \varepsilon = \frac{x}{l}. \quad (1)$$

Закон изменения нагрузки  $q_{np}$  находим из уравнения

$$\bar{q}_\varepsilon - \frac{A(\varepsilon)l^2}{B_1} \int_{\varepsilon=0,5} d\varepsilon \int \bar{q}_\varepsilon d\varepsilon + \frac{l^2}{B_1} \int_{\varepsilon} d\varepsilon \int \bar{q}_\varepsilon d\varepsilon = A(\varepsilon), \quad (2)$$

где  $A(\varepsilon) = 4\varepsilon(1 - \varepsilon)$ ;  $B_1 = H_{np}\Delta_b a$ ;  $n = 2 \div 50$ ;  $\xi = 0.5$ .  $\bar{q}_\varepsilon = \frac{(n+1)}{(n+0.5\varepsilon^{-1})}$ ,

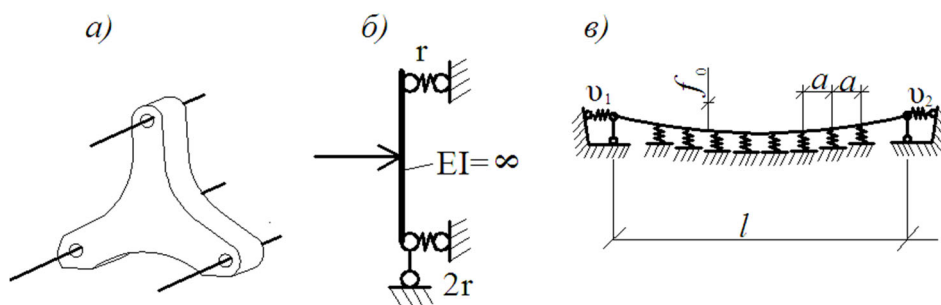


Рис.1. Элементы и схемы отражения

а – несущий элемент - триада; б – группа блоков в виде балок на упругих опорах; рсчетная схема несущей (приведенный) нити на упругих опорах.

Таблица 1 - Расчётные коэффициенты для определения усилий и прогибов нити

n	$\bar{q}_{\varepsilon=0.25}$	$\bar{M}_{\varepsilon=0.25}$	$\bar{M}_{max}$	$\bar{D}$
2	0.75000	0.073013	0.10292	0.06550
3	0.80000	0.076853	0.10691	0.06870
4	0.83333	0.079393	0.10956	0.07060
5	0.85714	0.081288	0.11150	0.071839
10	0.91667	0.085970	0.11659	0.074148
15	0.94117	0.088010	0.11880	0.075192
20	0.95454	0.089295	0.12014	0.076142
25	0.96296	0.089981	0.12095	0.077254
30	0.96875	0.090520	0.12154	0.078009
35	0.97297	0.090910	0.12196	0.078620
40	0.97619	0.091250	0.12231	0.079122

Таблица 2 - Расчётные коэффициенты для закона изменения нагрузки по длине пролёта

$\eta$	$\bar{M}$	$\bar{D}$
0.05	0.007920	0.00440
0.10	0.015000	0.00519
0.15	0.021250	0.00589
0.20	0.026667	0.00650
0.25	0.031300	0.00701
0.30	0.035000	0.00747
0.35	0.037920	0.00775
0.40	0.040000	0.00802
0.45	0.041250	0.00815
0.50	0.041667	0.00818

В табл. 1 для некоторых значений n приведены величины

$\bar{q}_{\varepsilon}$ ,  $\bar{M}_{\varepsilon}$  (при  $\varepsilon = 0.25$ ),  $\bar{M}_{max}$  и характеристики нагрузки по (Мацелинский, 1950: 135–167)  $D = \int \bar{Q}^2 d\varepsilon$

для полученной схемы нагружения нити.

При расчете по схеме 1 величина подъема упругих опор получается несколько завышенной.

Схема 2. Предварительное натяжение весомой растяжимой нити.

В исходном положении нить растянута собственной массой  $q_c$ , усилия в упругих опорах отсутствуют. Распор и исходная длина нити (Лилеев, 1964: 100–150)

$$H_c = q_c l^2 / 8f_0; l_n = (l - H_c \nu + 8f_0^2 / 3l)(1 + H_c / EF)^{-1}, \quad (3)$$

где  $\nu$  – податливость концевых опор нити,  $EF$  – жесткость нити.

После натяжения распор увеличится до  $H = H_c + H_{np}$ , а длина нити уменьшится до

$$l_1 = \frac{l - H\nu + D_{\text{оп}}/2H^2}{1 + H/EF}; D_{\text{оп}} = \int_0^l Q_{\text{оп}}^2 dx = 2q_0^2 l^3 \int_{\xi=0}^{\xi=0.5} d\xi (\int \bar{q}_\xi d\xi)^2,$$

$q_0$  и  $\bar{q}_\xi$  применяются соответственно по (1) и (2) с заменой  $H_{\text{пр}}$  на  $H$ .

Схема 3. Ненапряженная нить под нагрузкой  $q = \text{const}$ .

Для сечения в середине пролета имеем

$$q_{0\text{оп}} \Delta_b a = \frac{M_{0q}}{H - f_0}, \tag{4}$$

Где – максимальная ордината заменяющей нагрузки  $q_{0\text{оп}}$ ;  $M_{0q}$  – «балочный» момент от действия нагрузок  $q$  и  $q_{0\text{оп}}$ :

$$M_{0q} = \frac{ql^2}{8} - q_{0\text{оп}} l^2 \bar{M}_0 \tag{5}$$

где  $\bar{M}_0$  – момент от нагрузки  $q_{0\text{оп}}$  при  $q_{0\text{оп}} = 1$  и  $l = 1$ .

Подставляя (5) в (4), получим  $q_{0\text{оп}} = (ql^2 - 8f_0H)/8(H\Delta_b a + l^2\bar{M}_0)$ .

Закон изменения  $q_{\text{оп}}$  находим из уравнения (2) при  $H_{\text{пр}} = H$ .

Распор  $H$  находим из совместного решения уравнения (7) и

$$H^3 \left( \frac{l_u}{EF} + \nu \right) + H^2(l_u - l) = 0.5(D_q - q_{0\text{оп}}^2 l^3 \bar{D}). \tag{6}$$

Здесь  $D_q = q^2 l^3 / 12$  (Мацелинский, 1950: 135–167)  $\bar{D}$  определяется по табл. 1.

После стабилизации осадки упругих опор нить превращается в многопролетную, предварительно – напряженную усилием  $H$ .

Схема 4. Предварительно – напряженная нить под нагрузкой  $q = \text{const}$ .

Рассмотрим два случая:

а)  $q = q_1 < 8f_0 H_{\text{пр}} / l^2$ . Нить под нагрузкой  $q$  не возвращается в исходное положение, и расчет ведем по схеме 2 с заменой  $q_c$  на  $q_1 + q_c$ ;

б)  $q = q_2 > q_{\text{пр}} = 8f_0 H_{\text{пр}} / l^2$ . Расчет проводится по схеме 3 с заменой  $q$  на  $q_2 + q_{\text{пр}}$

Исходная длина нити определяется по формуле (3) с заменой  $H_c$  на  $H_c + H_{\text{пр}}$

Схема 5. Сосредоточенная нагрузка в пролете предварительно - напряженной нити.

По аналогии со схемой 3 находим  $q_{\eta\text{оп}}$  в сечении  $x = \eta l$  под силой  $P$ .

$$q_{\eta\text{оп}} \Delta_b a = (M_{\eta\text{пр}} + M_{\eta P} - M_{\eta\text{оп}}) / H - f_\eta, \tag{7}$$

где  $M_{\eta P} = Pl\eta(1 - \eta)$ ;  $M_{\eta\text{оп}} = q_{\eta\text{оп}} l^2 \bar{M}_\eta$ ;  $f_\eta = 4f_0 \eta(1 - \eta)$ ;  $M_{\eta\text{пр}} = 0,5q_{0\text{оп}} l^2 (1 - \eta)$ ; при определении  $q_{0\text{оп}}$  для весомой нити нужно учитывать собственный вес.

Из (7) определяем

$$q_{\eta\text{оп}} = \eta(1 - \eta)(q_{0\text{оп}} l^2 + 2Pl - 8f_0 H) / 2(H\Delta_b a + l^2 \bar{M}_{\eta\text{оп}})$$

Правая часть уравнения (6) в этом случае имеет вид

$$l^3 [q_{0\text{пр}}^2 + 12P\eta(1 - \eta)(P + q_{0\text{оп}} l) l^{-2} - 12q_{\eta\text{оп}}^2 \bar{D}] / 24.$$

Закон изменения заменяющей нагрузки  $\bar{q}_\xi$  находим из совместного решения уравнений (2) и (6). Коэффициенты  $A(\xi)$  и  $B_1$  в уравнении (2) принимают вид

$$A(\xi) = \frac{2Pl\xi(1-\eta) + q_{0\text{оп}} l^2 \xi(1-\xi) - 8f_0 H \xi(1-\xi)}{\eta(1-\eta)(2Pl + q_{0\text{оп}} l^2 - 8f_0 H)}; B_1 = H\Delta_b a. \tag{8}$$

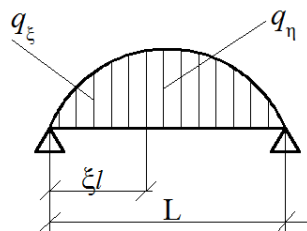


Рис. 2. Схема распределения переменной нагрузки вдоль пролёта нити

Для нагрузки (Рис 2), изменяющейся по закону  $q_\xi = q_0(n+1)/(n+0.5\xi^{-1})$  значения характеристики нагрузки и балочного момента определяем по формулам

$$D = q_0^2 l^3 [n^3 - 3n(1.5n + 2B - 1) + 3(B + B)(2n + B - B - 1)] \frac{(n+1)^2}{12n^5};$$

$$M_\xi = q_0 l^2 \left[ \left( \xi + \frac{1}{2n} \right) \ln \left( \xi + \frac{1}{2n} \right) - n\xi^2 - \xi(B + B - n + 1) - B/2n \right] (n+1)/2n^2$$

$$M_{\xi=0.5} = q_0 l^2 (0.5n^2 - n + B)(n+1)/4n^3; B = \ln(1/2n); B = \ln(n+1)/2n^2. \quad (9)$$

Для нагрузки, изменяющейся по закону (рис 3),  $q_\xi = q_\eta [1 - \sqrt{1 - (\xi/\eta)^2}]$  при  $\xi \leq \eta$ , имеем  $D_\eta = \bar{D} q_\eta^2 l^3$ ;  $M_\eta = 0.1667\eta(1 - \eta)q_\eta l^2 = \bar{M} q_\eta l^2$  Значения  $\bar{M}$  и  $\bar{D}$  для различных значений  $\eta$  приведены в табл. 2

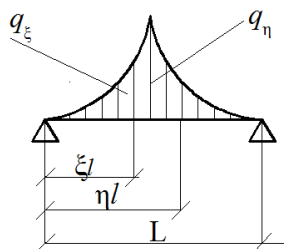


Рис. 3. Схема нагружения нити по заданному закону изменения интенсивности

Предлагаемый способ расчета очень пологих нитей на упругооседающих опорах разработан, по видимому, впервые. Способ нетрудоемок, удобен для проектирования конструкций с применением нитей на упругих опорах (Москалев, Чекалев, 1969: 45–52; Загорянский, 1963: 33–42; Ткачев, 1971: 3–4), дает однозначные значения усилий и перемещений, хорошо совпадающие с экспериментальными данными: так, погрешность в определении провесов при равномерно распределенной нагрузке составляет не более 0,3 %, при сосредоточенной нагрузке до 9,3 %, в определении распоров при равномерно распределенной нагрузке до 9,63 %, при сосредоточенной нагрузке до 6 %.

Рассмотрим расчет нити закрепленные на шарнирные неподвижные опоры. При решении задачи по второму варианту, когда задана длина нити  $L$  и требуется найти  $H$ , решение строится методом последовательных приближений. Сначала задаются произвольным значением  $H = H_{(1)}$  и находят соответствующую этому значению  $L_{(1)}$ . Если  $L_{(1)} < L$ , то выбирают второе приближение:  $H_{(2)} < H_{(1)}$ , и расчет повторяется. Задачу можно решить графическим способом, построив зависимость  $L(H)$  и определив значение  $H$  для заданной величины  $L$ .

В простейших случаях зависимость  $L(H)$  может быть найдена аналитически.

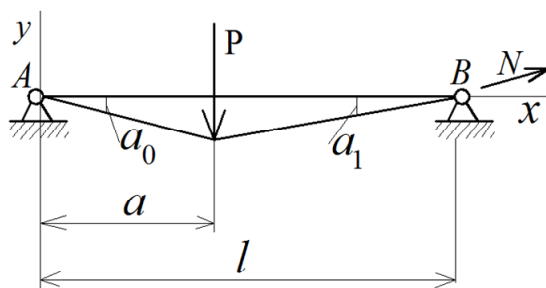


Рис.4. Модель надежности для нити под действием сосредоточенной силы

Пример построения модели надежности. Требуется разработать модель надежности для конструкции в виде гибкой нити при действии сосредоточенной силы (Рис 4).

Из уравнений при  $P_2 = 0$  и  $c = 0$  находим

$$tg\alpha_0 = -\frac{P(l-a)}{Hl}, \quad tg\alpha_1 = -\frac{Pa}{Hl}.$$

Наибольший прогиб нити составит

$$y(a) = tg\alpha_0 a = -\frac{P(l-a)a}{Hl}. \quad (10)$$

Натяжение нити будет равно

$$N(x) = N_0 = H\sqrt{1 + \frac{P^2}{H^2}\left(\frac{l-a}{l}\right)^2} \quad \text{при } 0 \leq x < a,$$

$$N(x) = N_1 = H\sqrt{1 + \frac{P^2 a^2}{H^2 l^2}} \quad \text{при } 0 \leq x < l, \quad (11)$$

Длина нити по формуле составляет

$$L = a\sqrt{1 + \frac{P^2(l-a)^2}{H^2 l^2}} + (l-a)\sqrt{1 + \frac{P^2 a^2}{H^2 l^2}} \quad (12)$$

Проведем анализ для наиболее неблагоприятного случая, когда сила приложена в середине пролета. При  $a = l/2$  получаем

$$L = l\sqrt{1 + \frac{1}{4}\frac{P^2}{H^2}} \quad (13)$$

Из последнего равенства получаем зависимость горизонтального натяжения от длины нити

$$H = P\frac{1}{2\sqrt{L^2/l^2 - 1}}. \quad (14)$$

Натяжение нити при  $a = l/2$  будет таким:

$$N = H\sqrt{1 + \frac{P^2}{4H^2}} = H\frac{L}{l}. \quad (15)$$

Модель надежности принимаем по допускаемому напряжению

$$\sigma_{max} = \frac{N}{F} \leq [\sigma], \quad (16)$$

где  $F$  – площадь сечения нити.

Наибольшая допустимая нагрузка на нить

$$P \leq [\sigma]F2\sqrt{1 - l^2/L^2}. \quad (17)$$

Из модели надежности следует, что при  $L \rightarrow l$  допустимое значение  $P \rightarrow 0$ . Это становится понятным, если учесть равенство (16). При  $L = l$  в нити возникают бесконечно большие напряжения.

### Заключение

В представленной работе выполнено комплексное исследование напряжённо-деформированного состояния очень пологих гибких нитей и тросовых элементов, опирающихся на упругооседающие опоры, при различных схемах нагружения и условиях предварительного натяжения. Актуальность выбранной темы обусловлена широким применением тросовых и нитевых конструкций в строительстве, машиностроении и инженерных системах, а также недостаточной разработанностью аналитических методов их расчёта с учётом упругости опор и комбинированных нагрузок.

Поставленная цель исследования — разработка и обоснование универсального метода расчёта очень пологих нитей с учётом предварительного натяжения, упругих осадок опор и различных типов нагружения — была достигнута в полном объёме. Для её реализации применён комплекс взаимодополняющих методов исследования: аналитический, численный, графический, методы математического моделирования, сравнительного анализа и статистической обработки данных.

Аналитический метод позволил получить замкнутые зависимости для определения усилий, прогибов, моментов и длины нити при различных расчётных схемах. Метод последовательных приближений и графический метод использовались для решения обратных задач, в частности при определении усилий по заданной длине нити. Математическое моделирование и сравнительный анализ обеспечили проверку

достоверности предложенных зависимостей путём сопоставления расчётных данных с экспериментальными результатами, опубликованными в трудах отечественных и зарубежных исследователей.

Таким образом, выбранная методология исследования является обоснованной, адекватной поставленным задачам и обеспечивает получение достоверных и воспроизводимых результатов.

В ходе работы разработан и систематизирован универсальный способ расчёта очень пологих нитей на упругооседающих опорах, применимый для пяти основных расчётных схем:

- нити с предварительным натяжением и распорными усилиями;
- растяжимые нити под действием собственной массы;
- ненапряжённые нити под равномерно распределённой нагрузкой;
- предварительно напряжённые нити под равномерной нагрузкой;
- нити под действием сосредоточенной нагрузки.

Для каждой схемы получены аналитические зависимости, позволяющие определять усилия, прогибы, длину нити и характеристики заменяющих нагрузок с учётом упругих свойств опор. Показано, что использование модели нити с часто расположенными упругими опорами позволяет адекватно описывать реальную работу тросовых систем и существенно упрощает расчёт без значительной потери точности.

Сравнение результатов расчёта с экспериментальными данными показало высокую степень их согласованности. Установлено, что погрешность определения провесов при равномерно распределённой нагрузке не превышает 0,3%, при сосредоточенной нагрузке — до 9,3 %, а погрешность определения распорных усилий составляет до 9,63% и 6% соответственно. Эти значения находятся в допустимых пределах для инженерных расчётов и подтверждают достоверность и практическую применимость предложенного метода.

Важным результатом работы является разработка модели надёжности конструкции в виде гибкой нити при действии сосредоточенной силы. Получены зависимости, позволяющие определять допустимые нагрузки по критерию допускаемых напряжений, а также выявлены предельные состояния, при которых происходит резкий рост напряжений в нити. Это расширяет возможности оценки безопасности и надёжности тросовых систем на стадии проектирования.

На основании выполненного исследования можно сделать следующие выводы:

Существующие методы расчёта гибких нитей на упругих опорах либо ограничены линейными приближениями, либо отличаются высокой вычислительной трудоёмкостью, что снижает их эффективность при инженерном применении.

Предложенный универсальный метод расчёта очень пологих нитей позволяет учитывать предварительное натяжение, упругие осадки опор и различные схемы нагружения в рамках единого аналитического подхода.

Полученные аналитические зависимости обеспечивают однозначное определение усилий, прогибов и перемещений и хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Разработанная модель надёжности позволяет оценивать предельные состояния гибких нитей и определять допустимые нагрузки с учётом геометрических и силовых параметров системы.

Точность предложенного метода не превышает 10 % по основным расчётным параметрам, что делает его пригодным для практического использования при проектировании тросовых и нитевых конструкций.

Тем самым подтверждена истинность выдвинутого в работе утверждения о возможности создания аналитически обоснованного, достаточно простого и точного метода расчёта очень пологих нитей на упругооседающих опорах.

Практическая значимость выполненного исследования заключается в возможности применения полученных зависимостей и расчётных схем при проектировании тросовых

систем, вантовых покрытий, подвесных конструкций и элементов машиностроительных механизмов. Метод может быть использован в инженерной практике, учебном процессе, а также при разработке нормативных и методических документов.

Перспективы дальнейших исследований связаны с расширением предложенной методики на пространственные тросовые системы, учётом нелинейных свойств материалов, ползучести, температурных воздействий и динамических нагрузок. Кроме того, представляется целесообразным развитие численно-аналитических подходов на основе предложенной модели для автоматизации расчётов и интеграции их в современные программные комплексы.

В целом, полученные результаты вносят вклад в развитие строительной механики и теории гибких элементов, уточняя существующие представления о работе нитей и тросов на упругих опорах и расширяя инструментарий инженерного расчёта.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Илленко, 1965 — Илленко К.И. К расчету заанкерных балок и опрокинутых арок // Строительная механика и расчет сооружений. — 1965. — № 6. — С. 47–55. [Russ.]
- Кузнецов, 1985 — Кузнецов А.А. Математическое моделирование поведения гибких нитей на упругих опорах // Строительная механика и расчет сооружений. — 1985. — № 2. — С. 34–45. [Russ.]
- Лилеев, 1964 — Лилеев А.Ф., Селезнева Е.Н. Методы расчета пространственных вантовых систем. — М.: Стройиздат. — 1964. — 280 с. [Russ.]
- Мацелинский, 1950 — Мацелинский Р.Н. Статический расчет гибких висячих конструкций. — М.: Стройиздат. — 1950. — 320 с. [Russ.]
- Москалев, 1969 — Москалев Н.С., Чекалев Л.П. Статический расчет ванто-балочных сеток // Строительная механика и расчет сооружений. — 1969. — № 4. — С. 45–52. [Russ.]
- Михайлов, 2002 — Михайлов В.В. Предварительно напряженные комбинированные и вантовые конструкции. — М.: АСВ. — 2002. — 256 с. [Russ.]
- Загорянский, 1963 — Загорянский Л.А. Практический способ расчета предварительно-напряженных канатно-балочных сеток // Известия Академии строительства и архитектуры СССР. — 1963. — № 2. — С. 33–42. [Russ.]
- Ткачев, 1971 — Ткачев В.Я. Висячее покрытие. — Авторское свидетельство. — 1971. — № 318666. — 12 с. [Russ.]
- Ткачев, 1973 — Ткачев В.Я. Расчет очень пологой нити на упругооседающих опорах // Строительная механика и расчет сооружений. — 1973. — № 3. — С. 28–36. [Russ.]
- Панов, 1980 — Панов В.Н., Сидоров А.И. Расчет гибких элементов с предварительным натяжением // Вестник строительной механики. — 1980. — № 5. — С. 12–22. [Russ.]

#### REFERENCES

- Kuznetsov, 1985 — Kuznetsov, A.A. (1985). Matematicheskoe modelirovaniye povedeniya gibkikh nitey na upryikh oporakh // Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenii [Mathematical Modeling of Flexible Cables Behavior on Elastic Supports // Construction Mechanics and Structures Analysis]. — 1985. — № 2. — Pp. 34–45. [Russ.]
- Lileev, 1964 — Lileev, A.F., Selezneva, E.N. (1964). Metody rascheta prostranstvennykh vantovykh sistem [Methods of Calculation of Spatial Cable-Stayed Systems]. — Moscow: Stroyizdat. — 1964. — 280 p. [Russ.]
- Matselinsky, 1950 — Matselinsky, R.N. (1950). Sticheskiy raschet gibkikh visyashchikh konstruksii [Static Analysis of Flexible Hanging Structures]. — Moscow: Stroyizdat. — 1950. — 320 p. [Russ.]
- Moskalev, 1969 — Moskalev, N.S., Chekalev, L.P. (1969). Sticheskiy raschet vanto-balochnykh setok // Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenii [Static Analysis of Cable-Beam Grids // Construction Mechanics and Structures Analysis]. — 1969. — № 4. — Pp. 45–52. [Russ.]
- Mikhailov, 2002 — Mikhailov, V.V. (2002). Predvaritel'no napryazhennye kombinirovannye i vantovye konstruksii [Pre-Stressed Combined and Cable-Stayed Structures]. — Moscow: ASV. — 2002. — 256 p. [Russ.]
- Tkachev, 1971 — Tkachev, V.Ya. (1971). Visyashchee pokrytie [Hanging Roof]. — Author's certificate. — 1971. — № 318666. — 12 p. [Russ.]
- Tkachev, 1973 — Tkachev, V.Ya. (1973). Raschet ochen' prologoi niti na uprygoosedayushchikh oporakh // Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenii [Calculation of a Very Shallow Cable on Elastic-Settling Supports // Construction Mechanics and Structures Analysis]. — 1973. — № 3. — Pp. 28–36. [Russ.]
- Illenko, 1965 — Illenko, K.I. (1965). K raschetu zaankernykh balok i oprokinutykh arok // Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenii [On the Calculation of Anchored Beams and Inverted Arches // Construction Mechanics and Structures Analysis]. — 1965. — № 6. — Pp. 47–55. [Russ.]
- Panov, 1980 — Panov, V.N., Sidorov, A.I. (1964). Raschet gibkikh elementov s predvaritel'nym natiazheniem // Vestnik stroitel'noy mekhaniki [Calculation of Flexible Elements with Pre-Tension // Bulletin of Structural Mechanics]. — 1980. — № 5. — Pp. 12–22. [Russ.]
- Zagoryansky, L.A., 1963 — Zagoryansky, L.A. (1963). Prakticheskiy sposob rascheta predvaritel'no-napryazhennykh kanatno-balochnykh setok // Izvestiya Akademii stroitel'stva i arkhitektury SSSR [Practical Method for Calculating Pre-Stressed Rope-Beam Grids // Proceedings of the Academy of Construction and Architecture of the USSR]. — 1963. — № 2. — Pp. 33–42. [Russ.]